정수론 HW3

20011759 박수민

**을 계산하시오**

이므로 ,

이므로

**2. 은 해를 가지는가?**

이므로 라 하면

즉 법 31957에 대해 13의 이차잉여 여부를 구하면 된다.

즉 13은 법 31957에 대해 이차잉여 이므로 에서 해가 존재하고,  
이므로 에서 적당한 를 대입하여 정수가 되는 를 구할 수 있다.   
즉 해가 존재한다.

**3. 의 근을 구하시오**

이므로 일단 근이 존재한다는 것을 알 수 있다. 그리고 이므로  
, 라 하면, 이다.  
즉, 가 근이 되며 이므로 이다.  
나머지 근은 자연스럽게 가 된다.

**4. 는 홀수인 소수일 때 1), 2)는 동치관계임을 증명하시오  
은 근을 가진다**

1) => 2) : 의 임의의 한 근을 라하면 인데 이다. 왜냐하면 귀류법을 적용하면 에서 임의의 정수 에 관해 가 성립해야 하는데 이는 가정에 의해 모순이기 때문이다. (은 양변에 4제곱, 제곱했을때도 1이 나와야하나 이고 은 애초에 가정과 직접적으로 모순)  
그리고 이므로 이다. 왜냐하면 귀류법을 적용하여 라 한다면   
로 둘 수 있고() 에서 이므로 와 모순이기 때문이다. 즉 이므로

2) <= 1) : 가 소수이고 이므로 법 p에서 위수가 8인 정수는 항상 존재한다. 왜냐하면 를 인 모든 원소의 개수(단, )이라 하면 이고 이는 위수가 d인 원소의 개수와 이 동일하다는 의미이므로 일단 존재함을 나타내기 때문이다. 이때의 생성원을 라 하면 이다. 그러므로 , 에서 이므로 , 이므로 은 근을 가진다.

**5. 강하 과정을 두 번 적용하여 로 부터 소수 12049를 두 제곱수로 표현 하시오**

에서 이다.  
이며 이다.   
(에서 은 로 나누어 떨어지므로 이로 나누면

이므로 , 또 같은 방식을 반복하면

이므로